EJERCICIOS SELECTIVIDAD ANDALUCÍA BLOQUE GEOMETRÍA

2009/1/A/4

Ejercicio 4.- Considera el punto $A(1,-2,1)$ y la recta r definida por las ecuaciones $\left\{\begin{array}{lcl} x+y & = & 2 \\ 2x+y+z & = & 7 \end{array}\right.$

(a) **[1 punto]** Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por A.

(b) **[1'5 puntos]** Calcula la distancia del punto A a la recta r.

2009/1/B/4

Ejercicio 4.- **[2'5 puntos]** Considera la recta r definida por

$$\left\{\begin{array}{lcr} y & = & -1 \\ 2x-z & = & 2 \end{array}\right.$$

y la recta s definida por

$$\left\{\begin{array}{lcr} x & = & 4+3\lambda \\ y & = & 3-\lambda \\ z & = & 5+4\lambda \end{array}\right.$$

Halla la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s.

2009/2/A/4

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1,0,0)$, la recta r definida por $x-3=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$ y la recta s definida por $(x,y,z)=(1,1,0)+\lambda(-1,2,0)$.

(a) **[1'25 puntos]** Estudia la posición relativa de r y s.

(b) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano que pasando por P es paralelo a r y s.

2009/2/B/4

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por

$$\left\{\begin{array}{lcl} x-y+3 & = & 0 \\ x+y-z-1 & = & 0 \end{array}\right.$$

y la recta s definida por

$$\left\{\begin{array}{lcl} 2y+1 & = & 0 \\ x-2z+3 & = & 0 \end{array}\right.$$

(a) **[1'5 puntos]** Determina la ecuación del plano que contiene a r y es paralelo a s.

(b) **[1 punto]** ¿Existe algún plano que contenga a r y sea perpendicular a s? Razona la respuesta.

2009/3/A/4

Ejercicio 4.- **[2'5 puntos]** Se considera la recta r definida por $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \lambda - 2 \end{cases}$ y la recta s definida por $\begin{cases} x = \mu \\ y = \mu - 1 \\ z = -1 \end{cases}$ Halla la ecuación de la recta perpendicular común a r y s.

2009/3/B/4

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 0 \end{cases}$ y la recta s que pasa por los puntos $A(2,1,0)$ y $B(1,0,-1)$.

(a) **[1 punto]** Estudia la posición relativa de ambas rectas.

(b) **[1'5 puntos]** Determina un punto C de la recta r tal que los segmentos $\overline{CA}$ y $\overline{CB}$ sean perpendiculares.

2009/4/A/4

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1,0,-2)$, la recta r definida por $\begin{cases} x - 2y - 1 = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}$ y el plano π de ecuación $2x + y + 3z - 1 = 0$.

(a) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano que pasa por P, es paralelo a r y es perpendicular a π.

(b) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación de la recta que pasa por P, corta a r y es paralela a π.

2009/4/B/4

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $3x - 2y - 2z = 7$ y la recta r definida por

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$$

(a) **[1'25 puntos]** Determina la ecuación del plano paralelo a π que contiene a r.

(b) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano ortogonal a π que contiene a r.

2009/5/A/4

Ejercicio 4.- **[2'5 puntos]** Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(1,1,-1)$, es paralela al plano de ecuación $x - y + z = 1$ y corta al eje Z.

2009/5/B/4

Ejercicio 4.- Sea la recta r definida por $\begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ 3x + z = 0 \end{cases}$

(a) **[1 punto]** Determina la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1,1,1)$.

(b) **[1'5 puntos]** Halla los puntos de r cuya distancia al origen es de 4 unidades.

2009/6/A/4

Ejercicio 4.- Sean la recta r definida por $\left\{\begin{array}{lcl} x-y & = & -2 \\ x-z & = & -3 \end{array}\right.$ y la recta s definida por $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 1 \\ 2y-z & = & -2 \end{array}\right.$

(a) **[1 punto]** Estudia la posición relativa de r y s.

(b) **[1'5 puntos]** Halla la ecuación del plano que contiene a s y es paralelo a r.

2009/6/B/4

Ejercicio 4.- Sea el punto $P(2,3-1)$ y la recta r definida por $\left\{\begin{array}{lcl} x+y+2z & = & 1 \\ x-2y-4z & = & 1 \end{array}\right.$

(a) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r.

(b) **[1'25 puntos]** Halla el punto de r que está más cerca de P.

2008/1/A/4

Ejercicio 4.- Los puntos $A(-2,3,1)$, $B(2,-1,3)$ y $C(0,1,-2)$ son vértices consecutivos del paralelogramo $ABCD$.

(a) **[1 punto]** Halla las coordenadas del vértice D.

(b) **[1 punto]** Encuentra la ecuación de la recta que pasa por B y es paralela a la diagonal AC.

(c) **[0'5 puntos]** Halla la ecuación del plano que contiene a dicho paralelogramo.

2008/1/B/4

Ejercicio 4.- Sea la recta r dada por $\left\{\begin{array}{lcl} 2x+y-mz & = & 2 \\ x-y-z & = & -m \end{array}\right.$

y el plano π definido por $x+my-z=1$

(a) **[1 punto]** ¿Existe algún valor de m para el que π y r son paralelos?

(b) **[1 punto]** ¿Para qué valor de m está la recta contenida en el plano?

(c) **[0'5 puntos]** ¿Cuál es la posición relativa de la recta y el plano cuando $m=0$?

2008/2/A/4

Ejercicio 4.- Sea la recta s dada por $\left\{\begin{array}{lcl} x-z & = & -1 \\ 2y+z & = & 3 \end{array}\right.$

(a) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a la recta s y que contiene a la recta r, dada por $x-1=-y+2=z-3$

(b) **[1'25 puntos]** Estudia la posición relativa de la recta s y el plano π_2, de ecuación $x+y=3$, y deduce la distancia entre ambos.

2008/2/B/4

Ejercicio 4.- Dados los puntos $A(1,1,0)$, $B(1,1,2)$ y $C(1,-1,1)$.

(a) [**1'5 puntos**] Comprueba que no están alineados y calcula el área del triángulo que determinan.

(b) [**1 punto**] Halla la ecuación del plano que contiene al punto A y es perpendicular a la recta determinada por B y C.

2008/3/A/4

Ejercicio 4.- Dada la recta r definida por

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$$

(a) [**1'25 puntos**] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a r.

(b) [**1'25 puntos**] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y es perpendicular a r.

2008/3/B/4

Ejercicio 4.- [**2'5 puntos**] Dados los puntos $A(2,1,1)$ y $B(0,0,1)$, halla los puntos C en el eje OX tales que el área del triángulo de vértices A, B y C es 2.

2008/4/A/4

Ejercicio 4.- Considera la recta r definida por $\left\{\begin{array}{rl} x & = 0 \\ 3y+z & = 3 \end{array}\right.$

y la recta s definida por $\left\{\begin{array}{rl} 2x-z & = 3 \\ y & = 0 \end{array}\right.$

(a) [**1 punto**] Estudia la posición relativa de r y s.

(b) [**1'5 puntos**] Halla la ecuación general de un plano que contiene a s y es paralelo a r.

2008/4/B/4

Ejercicio 4.- [**2'5 puntos**] Sea la recta r definida por $\left\{\begin{array}{rl} x & = 1 \\ x-y & = 0 \end{array}\right.$

y sean los planos π_1, de ecuación $x+y+z=0$, y π_2, de ecuación $y+z=0$. Halla la recta contenida en el plano π_1, que es paralela al plano π_2 y que corta a la recta r.

2008/5/A/4

Ejercicio 4.- Se sabe que los planos de ecuaciones $x+2y+bz=1$, $2x+y+bz=0$, $3x+3y-2z=1$ se cortan en una recta r.

(a) [**1'25 puntos**] Calcula el valor de b.

(b) [**1'25 puntos**] Halla unas ecuaciones paramétricas de r.

2008/5/B/4

Ejercicio 4.- **[2'5 puntos]** Dados los puntos $A(2,1,-1)$ y $B(-2,3,1)$ y la recta r definida por las ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rl} x-y-z & =-1 \\ 3x-2z & =-5 \end{array}\right.$$

halla las coordenadas de un punto de la recta r que equidiste de los puntos A y B.

2008/6/A/4

Ejercicio 4.- Se considera la recta r definida por $mx = y = z+2$, $(m \neq 0)$,

y la recta s definida por $\dfrac{x-4}{4} = y-1 = \dfrac{z}{2}$

(a) **[1'5 puntos]** Halla el valor de m para el que r y s son perpendiculares.

(b) **[1 punto]** Deduce razonadamente si existe algún valor de m para el que r y s son paralelas.

2008/6/B/4

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(2,0,1)$, $B(-1,1,2)$, $C(2,2,1)$ y $D(3,1,0)$.

(a) **[1 punto]** Calcula la ecuación del plano π que contiene a los puntos B, C y D.

(b) **[1'5 puntos]** Halla el punto simétrico de A respecto del plano π.

2007/1/A/4

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $2x+2y-z-6=0$ y el punto $P(1,0,-1)$.

(a) **[1'25 puntos]** Calcula la recta que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π.

(b) **[1'25 puntos]** Encuentra el punto simétrico de P respecto del plano π.

2007/1/B/4

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $2x+2y-z-6=0$ y la recta r definida por

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}.$$

(a) **[1'25 puntos]** Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano π con los ejes de coordenadas.

(b) **[1'25 puntos]** Calcula, razonadamente, la distancia de la recta r al plano π.

2007/2/A/4

Ejercicio 4.- Considera los planos de ecuaciones $x-y+z=0$ y $x+y-z=2$.

(a) **[1 punto]** Determina la recta que pasa por el punto $A(1,2,3)$ y no corta a ninguno de los planos dados.

(b) **[1'5 puntos]** Determina los puntos que equidistan de $A(1,2,3)$ y $B(2,1,0)$ y pertenecen a la recta intersección de los planos dados.

2007/2/B/4

Ejercicio 4.- Considera los puntos $A(0,3,-1)$ y $B(0,1,5)$.

(a) **[1'25 puntos]** Calcula los valores de x sabiendo que el triángulo ABC de vértices $A(0,3,-1)$, $B(0,1,5)$ y $C(x,4,3)$ tiene un ángulo recto en C.

(b) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos $(0,1,5)$ y $(3,4,3)$ y es paralelo a la recta definida por las ecuaciones $\begin{cases} x-y+z &= 0 \\ 2x+y &= 3 \end{cases}$

2007/3/A/4

Ejercicio 4.-
Sea r la recta definida por $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-k}{4}=\dfrac{z}{5}$ y s la recta definida por $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{3}$.

(a) **[1'25 puntos]** Halla k sabiendo que las rectas r y s se cortan en un punto.

(b) **[1'25 puntos]** Determina la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

2007/3/B/4

Ejercicio 4.- **[2'5 puntos]**
Halla la ecuación de la recta contenida en el plano de ecuación $x+2y+3z-1=0$ que corta perpendicularmente a la recta definida por $\begin{cases} x=2z+4 \\ y=2z+3 \end{cases}$ en el punto $(2,1,-1)$.

2007/4/A/4

Ejercicio 4.-
Considera la recta r definida por $\dfrac{x-1}{\alpha}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-1}{2}$ y el plano π de ecuación $2x-y+\beta z=0$. Determina α y β en cada uno de los siguientes casos:

(a) **[1 punto]** La recta r es perpendicular al plano π.

(b) **[1'5 puntos]** La recta r está contenida en el plano π.

2007/4/B/4

Ejercicio 4.- **[2'5 puntos]** Calcula la distancia del punto $P(1,-3,7)$ a su punto simétrico respecto de la recta definida por

$$\left.\begin{array}{rl} 3x-y-z-2 &= 0 \\ x+y-z+6 &= 0 \end{array}\right\}.$$

2007/5/A/4

Ejercicio 4.-

(a) **[1'5 puntos]** Encuentra la ecuación de la recta r que pasa por el origen de coordenadas y es paralela a los planos π_1 de ecuación $x+y+z=3\sqrt{3}$ y π_2 de ecuación $-x+y+z=2$.

(b) **[1 punto]** Halla la distancia de la recta r al plano π_1.

2007/5/B/4

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1,0,-2)$ y la recta r definida por $\left\{\begin{array}{ll} 2x-y & =5 \\ 2x+y-4z & =7 \end{array}\right.$

(a) [**1'5 puntos**] Determina la recta perpendicular a r que pasa por P.

(b) [**1 punto**] Halla la distancia entre el punto P y su simétrico Q respecto de la recta r.

2007/6/A/4

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $2x+2y-z-6=0$ y el punto $P(1,0,-1)$.

(a) [**1'25 puntos**] Calcula la recta que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π.

(b) [**1'25 puntos**] Encuentra el punto simétrico de P respecto del plano π.

2007/6/B/4

Ejercicio 4.- Considera el plano π de ecuación $2x+2y-z-6=0$ y la recta r definida por

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}.$$

(a) [**1'25 puntos**] Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano π con los ejes de coordenadas.

(b) [**1'25 puntos**] Calcula, razonadamente, la distancia de la recta r al plano π.

2006/1/A/3 Y 4

Ejercicio 3. Sean $\overrightarrow{u}=(x,2,0)$, $\overrightarrow{v}=(x,-2,1)$ y $\overrightarrow{w}=(2,-x,-4x)$ tres vectores de $\mathbb{R}^3$.

(a) [**1 punto**] Determina los valores de x para los que los vectores son linealmente independientes.

(b) [**1'5 puntos**] Halla los valores de x para los que los vectores son ortogonales dos a dos.

Ejercicio 4. Sea r la recta de ecuación $\left\{\begin{array}{lll} x & = & a+t \\ y & = & 1-2t \\ z & = & 4-t \end{array}\right.$ y s la recta de ecuación $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{3}$

(a) [**1'5 puntos**] Calcula el valor de a sabiendo que las rectas r y s se cortan.

(b) [**1 punto**] Calcula el punto de corte.

2006/1/B/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Halla un punto A de la recta r de ecuación $x=y=z$ y un punto B de la recta s de ecuación $x=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ de forma que la distancia entre A y B sea mínima.

2006/2/A/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Determina los puntos de la recta r de ecuaciones $\left\{\begin{array}{rcl} x & = & 0 \\ y-1 & = & \dfrac{z-3}{2} \end{array}\right.$ que equidistan del plano π de ecuación $x+z=1$ y del plano π' de ecuación $y-z=3$.

2006/2/B/4

Ejercicio 4. Considera los puntos $A(1,0,-2)$ y $B(-2,3,1)$.

(a) **[1 punto]** Determina los puntos del segmento AB que lo dividen en tres partes iguales.

(b) **[1'5 puntos]** Calcula el área del triángulo de vértices A, B y C, donde C es un punto de la recta de ecuación $-x=y-1=z$. ¿Depende el resultado de la elección concreta del punto C?

2006/3/A/4

Ejercicio 4. Considera el plano π de ecuación $2x+y-z+2=0$ y la recta r de ecuación $\dfrac{x-5}{-2}=y=\dfrac{z-6}{m}$

(a) **[1 punto]** Halla la posición relativa de r y π según los valores del parámetro m.

(b) **[0'75 puntos]** Para $m=-3$, halla el plano que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π.

(c) **[0'75 puntos]** Para $m=-3$, halla el plano que contiene a la recta r y es paralelo al plano π.

2006/3/B/4

Ejercicio 4. Considera el punto $P(3,2,0)$ y la recta r de ecuaciones $\left\{\begin{array}{rcl} x+y-z-3 & = & 0 \\ x+2z+1 & = & 0 \end{array}\right.$

(a) **[1 punto]** Halla la ecuación del plano que contiene al punto P y a la recta r.

(b) **[1'5 puntos]** Determina las coordenadas del punto Q simétrico de P respecto de la recta r.

2006/4/A/4

Ejercicio 4. Sea r la recta de ecuación $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{4}$ y s la recta dada por $\left\{\begin{array}{rcl} 3x-2y+z & = & 2 \\ -x+2y-3z & = & 2 \end{array}\right.$

(a) **[1'5 puntos]** Determina la posición relativa de ambas rectas.

(b) **[1 punto]** Halla la ecuación del plano que contiene a la recta r y es paralelo a la recta s.

2006/4/B/4

Ejercicio 4. Considera la recta r de ecuaciones $\left\{\begin{array}{rcl} x+y+z & = & 1 \\ x-2y+3z & = & 0 \end{array}\right.$

(a) **[1'25 puntos]** Determina la ecuación del plano que contiene a la recta r y no corta al eje OZ.

(b) **[1'25 puntos]** Calcula la proyección ortogonal del punto $A(1,2,1)$ sobre la recta r.

2006/5/A/4

Ejercicio 4. Considera los puntos $A(2,1,2)$ y $B(0,4,1)$ y la recta r de ecuación $x = y - 2 = \dfrac{z-3}{2}$

(a) [**1'5 puntos**] Determina un punto C de la recta r que equidiste de los puntos A y B.

(b) [**1 punto**] Calcula el área del triángulo de vértices ABC.

2006/5/B/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Halla la ecuación de un plano que sea paralelo al plano π de ecuación $x+y+z=1$ y forme con los ejes de coordenadas un triángulo de área $18\sqrt{3}$.

2006/6/A/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Sea la recta r de ecuación $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-3}{-1}$ y el plano π de ecuación $x-y+z+1=0$. Calcula el área del triángulo de vértices ABC, siendo A el punto de corte de la recta r y el plano π, B el punto $(2,1,2)$ de la recta r y C la proyección ortogonal del punto B sobre el plano π.

2006/6/B/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Halla las ecuaciones paramétricas de una recta sabiendo que corta a la recta r de ecuación $x=y=z$, es paralela al plano π de ecuación $3x+2y-z=4$ y pasa por el punto $A(1,2,-1)$.

2005/1/A/4

Ejercicio 4. Considera el punto $P(2,0,1)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x+2y=6 \\ z=2. \end{cases}$

(a) [**1 punto**] Halla la ecuación del plano que contiene a P y a r.

(b) [**1'5 puntos**] Calcula el punto simétrico de P respecto de la recta r.

2005/1/B/4

Ejercicio 4. Sean los vectores

$$\overrightarrow{v_1} = (0,1,0), \quad \overrightarrow{v_2} = (2,1,-1) \quad \text{y} \quad \overrightarrow{v_3} = (2,3,-1).$$

(a) [**0'75 puntos**] ¿Son los vectores $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$ y $\overrightarrow{v_3}$ linealmente dependientes?

(b) [**0'75 puntos**] ¿Para qué valores de a el vector $(4, a+3, -2)$ puede expresarse como combinación lineal de los vectores $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}$ y $\overrightarrow{v_3}$?

(c) [**1 punto**] Calcula un vector unitario y perpendicular a $\overrightarrow{v_1}$ y $\overrightarrow{v_2}$.

2005/2/A/4

Ejercicio 4. Sea el punto $P(1,0,-3)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} 2x-y-1=0 \\ x+z=0. \end{cases}$

(a) [**1 punto**] Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a r.

(b) [**1'5 puntos**] Calcula las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r.

2005/2/B/4

Ejercicio 4. Se sabe que los puntos $A(m,0,1)$, $B(0,1,2)$, $C(1,2,3)$ y $D(7,2,1)$ están en un mismo plano.

(a) [**1'5 puntos**] Halla m y calcula la ecuación de dicho plano.

(b) [**1 punto**] ¿Están los puntos B, C y D alineados?

2005/3/A/4

Ejercicio 4. Se sabe que las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x+y-z-3=0 \\ x+2y-2=0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} ax+6y+6=0 \\ x-2z+2=0 \end{cases}$$

son paralelas.

(a) [**1'5 puntos**] Calcula a.

(b) [**1 punto**] Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

2005/3/B/4

Ejercicio 4. Considera las rectas $r \equiv \begin{cases} x+z-2=0 \\ x-y-1=0 \end{cases}$ y $s \equiv \dfrac{x}{2} = y-1 = \dfrac{z}{3}$.

(a) [**1'25 puntos**] Halla la ecuación del plano π que contiene a s y es paralelo a r.

(b) [**1'25 puntos**] Calcula la distancia de la recta r al plano π.

2005/4/A/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Calcula la distancia entre las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 6+\lambda \\ y = 1-2\lambda \\ z = 5-7\lambda \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} 2x-3y+1 = 0 \\ 3x-y-2 = 0. \end{cases}$$

2005/4/B/4

Ejercicio 4. Sean $A(-3,4,0)$, $B(3,6,3)$ y $C(-1,2,1)$ los vértices de un triángulo.

(a) [**0'75 puntos**] Halla la ecuación del plano π que contiene al triángulo.

(b) [**0'75 puntos**] Halla la ecuación de la recta que es perpendicular a π y pasa por el origen de coordenadas.

(c) [**1 punto**] Calcula el área del triángulo ABC.

2005/5/A/4

Ejercicio 4. Considera el punto $A(0,-3,1)$, el plano $\pi \equiv 2x-2y+3z=0$ y la recta $r \equiv x+3 = y = \dfrac{z-3}{2}$.

(a) [**1 punto**] Determina la ecuación del plano que pasa por A y contiene a r.

(b) [**1'5 puntos**] Determina la ecuación de la recta que pasa por A, es paralela a π y corta a r.

2005/5/B/4

Ejercicio 4. Se sabe que las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = b + t \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x - y + z = 3 \\ 6x + 2z = 2 \end{cases}$$

están contenidas en un mismo plano.

(a) **[1'25 puntos]** Calcula b.

(b) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano que contiene a las rectas r y s.

2005/6/A/4

Ejercicio 4. Considera un plano $\pi \equiv x + y + mz = 3$ y la recta $r \equiv x = y - 1 = \dfrac{z-2}{2}$.

(a) **[0'75 puntos]** Halla m para que r y π sean paralelos.

(b) **[0'75 puntos]** Halla m para que r y π sean perpendiculares.

(c) **[1 punto]** ¿Existe algún valor de m para que la recta r esté contenida en el plano π?

2005/6/B/4

Ejercicio 4. Sean los planos $\pi_1 \equiv 2x + y - z + 5 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + 2y + z + 2 = 0$.

(a) **[1'5 puntos]** Calcula las coordenadas del punto P sabiendo que está en el plano π_1 y que su proyección ortogonal sobre el plano π_2 es el punto $(1, 0, -3)$.

(b) **[1 punto]** Calcula el punto simétrico de P respecto del plano π_2.

2004/1/A/4

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Calcula el área del triángulo de vértices $A(0,0,1)$, $B(0,1,0)$ y C, siendo C la proyección ortogonal del punto $(1,1,1)$ sobre el plano $x + y + z = 1$.

2004/1/B/4

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera el punto $A(0,1,-1)$, la recta $r \equiv \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x - z = -4 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x - 2y - z = 2$. Halla la ecuación de la recta que pasa por A, es paralela a π y corta a r.

2004/2/A/4

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Se sabe que el triángulo ABC es rectángulo en el vértice C, que pertenece a la recta intersección de los planos $y + z = 1$ e $y - 3z + 3 = 0$, y que sus otros dos vértices son $A(2,0,1)$ y $B(0,-3,0)$. Halla C y el área del triángulo ABC.

2004/2/B/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = \alpha \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = \beta - 1 \\ z = -1. \end{cases}$$

2004/3/A/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Considera las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = y \\ z = 2 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y = 1 \\ z = 3. \end{cases}$$

Halla la ecuación de una recta que corte a r y s y sea perpendicular al plano $z = 0$.

2004/3/B/4

Ejercicio 4. Sean los puntos $A(1, 0, -1)$ y $B(2, -1, 3)$.

(a) **[1'5 puntos]** Calcula la distancia del origen de coordenadas a la recta que pasa por A y por B.

(b) **[1 punto]** Calcula el área del paralelogramo de vértices consecutivos $ABCD$ sabiendo que la recta determinada por los vértices C y D pasa por el origen de coordenadas.

2004/4/A/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Halla la distancia entre las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \dfrac{z-2}{-3} \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 1 = 1 - z \\ y = 0. \end{cases}$$

2004/4/B/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Considera los puntos $P(6, -1, -10)$, $Q(0, 2, 2)$ y R, que es el punto de intersección del plano $\pi \equiv 2x + \lambda y + z - 2 = 0$ y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ y = 1. \end{cases}$$

Determina λ sabiendo que los puntos P, Q y R están alineados.

2004/5/A/4

Ejercicio 4. Considera el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 7 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 + 3\lambda. \end{cases}$

(a) **[1 punto]** Halla la ecuación de un plano perpendicular a π y que contenga a la recta r.

(b) **[1'5 puntos]** ¿Hay algún plano paralelo a π que contenga a la recta r? En caso afirmativo determina sus ecuaciones.

2004/5/B/4

Ejercicio 4. Las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x+y-2=0 \\ 2x+2y+z-4=0 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x+y-6=0 \\ x+y-z-6=0 \end{cases}$$

contienen dos lados de un cuadrado.

(a) [**1'25 puntos**] Calcula el área del cuadrado.

(b) [**1'25 puntos**] Halla la ecuación del plano que contiene al cuadrado.

2004/6/A/4

Ejercicio 4. Sean los puntos $A(1,2,1)$, $B(2,3,1)$, $C(0,5,3)$ y $D(-1,4,3)$.

(a) [**1 punto**] Prueba que los cuatro puntos están en el mismo plano. Halla la ecuación de dicho plano.

(b) [**0'75 puntos**] Demuestra que el polígono de vértices consecutivos $ABCD$ es un rectángulo.

(c) [**0'75 puntos**] Calcula el área de dicho rectángulo.

2004/6/B/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Dados los vectores $\overrightarrow{u} = (2,1,0)$ y $\overrightarrow{v} = (-1,0,1)$, halla un vector unitario $\overrightarrow{w}$ que sea coplanario con $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$ y ortogonal a $\overrightarrow{v}$.

2003/1/A/4

Ejercicio 4. Se sabe que los puntos $A(1,0,-1)$, $B(3,2,1)$ y $C(-7,1,5)$ son vértices consecutivos de un paralelogramo $ABCD$.

(a) [**1 punto**] Calcula las coordenadas del punto D.

(b) [**1'5 puntos**] Halla el área del paralelogramo.

2003/1/B/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Los puntos $A(1,1,0)$ y $B(2,2,1)$ son vértices consecutivos de un rectángulo $ABCD$. Además, se sabe que los vértices C y D están contenidos en una recta que pasa por el origen de coordenadas. Halla C y D.

2003/2/A/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $(3,1,-1)$, es paralela al plano $3x-y+z=4$ y corta a la recta intersección de los planos $x+z=4$ y $x-2y+z=1$.

2003/2/B/4

Ejercicio 4. Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x+y-z = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x-2y+z=0$.

(a) [**1 punto**] Calcula el haz de planos que contienen a la recta r.

(b) [**1'5 puntos**] Halla el plano que contiene a la recta r y corta al plano π en una recta paralela al plano $z=0$.

2003/3/A/4

Ejercicio 4. Considera el punto $P(-2,3,0)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x+y+z+2 = 0 \\ 2x-2y+z+1 = 0. \end{cases}$

(a) **[1 punto]** Halla la ecuación del plano que pasa por P y contiene a la recta r.

(b) **[1'5 puntos]** Determina el punto de r más próximo a P.

2003/3/B/4

Ejercicio 4. Considera una recta r y un plano π cuyas ecuaciones son, respectivamente,

$$\left.\begin{array}{l} x=t \\ y=t \\ z=0 \end{array}\right\} \quad (t\in\mathbb{R}) \qquad\qquad \left.\begin{array}{l} x=\alpha \\ y=\alpha \\ z=\beta \end{array}\right\} \quad (\alpha,\beta\in\mathbb{R}).$$

(a) **[1'25 puntos]** Estudia la posición relativa de la recta r y el plano π.

(b) **[1'25 puntos]** Dados los puntos $B(4,4,4)$ y $C(0,0,0)$, halla un punto A en la recta r de manera que el triángulo formado por los puntos A, B y C sea rectángulo en B.

2003/4/A/3 y A/4
NO tiene ej. de álgebra esta opción, sino dos de geometría

Ejercicio 3. Considera los vectores $\overrightarrow{u}=(1,1,1)$, $\overrightarrow{v}=(2,2,a)$ y $\overrightarrow{w}=(2,0,0)$.

(a) **[1'25 puntos]** Halla los valores de a para los que los vectores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{w}$ son linealmente independientes.

(b) **[1'25 puntos]** Determina los valores de a para los que los vectores $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$ y $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{w}$ son ortogonales.

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Sabiendo que las rectas

$$r \equiv x=y=z \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = 1+\mu \\ y = 3+\mu \\ z = -\mu \end{cases}$$

se cruzan, halla los puntos A y B, de r y s respectivamente, que están a mínima distancia.

2003/4/B/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Determina el punto P de la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{3}$ que equidista de los planos

$$\pi_1 \equiv x+y+z+3=0 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv \begin{cases} x=-3+\lambda \\ y=-\lambda+\mu \\ z=-6-\mu. \end{cases}$$

2003/5/A/4

Ejercicio 4. Se sabe que el plano Π corta a los semiejes positivos de coordenadas en los puntos A, B y C, siendo las longitudes de los segmentos OA, OB y OC de 4 unidades, donde O es el origen de coordenadas.

(a) **[0'75 puntos]** Halla la ecuación del plano Π.

(b) **[1 punto]** Calcula el área del triángulo ABC.

(c) **[0'75 puntos]** Obtén un plano paralelo al plano Π que diste 4 unidades del origen de coordenadas.

2003/5/B/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Halla la perpendicular común a las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1+\alpha \\ y = \alpha \\ z = -\alpha \end{cases} \qquad \text{y} \qquad s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = 2+2\beta \\ z = 0. \end{cases}$$

2003/6/A/4

Ejercicio 4. Considera el plano $\pi \equiv x - 2y + 1 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ x - y + az + 2 = 0. \end{cases}$

(a) **[1'25 puntos]** Halla el valor de a sabiendo que la recta está contenida en el plano.

(b) **[1'25 puntos]** Calcula el ángulo formado por el plano π y la recta $s \equiv \begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ x - y + z + 2 = 0. \end{cases}$

2003/6/B/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Halla la ecuación de una circunferencia que pase por el punto $(-1,-8)$ y sea tangente a los ejes coordenados.

2002/1/A/4

Ejercicio 4. Considera los puntos $A(1,-3,2)$, $B(1,1,2)$ y $C(1,1,-1)$.

(a) **[1'25 puntos]** ¿Pueden ser A, B y C vértices consecutivos de un rectángulo? Justifica la respuesta.

(b) **[1'25 puntos]** Halla, si es posible, las coordenadas de un punto D para que el paralelogramo $ABCD$ sea un rectángulo.

2002/1/B/4

Ejercicio 4. Considera los puntos

$$A(1,1,1), \quad B(2,2,2), \quad C(1,1,0) \quad \text{y} \quad D(1,0,0).$$

(a) **[1'25 puntos]** Halla la ecuación del plano que contiene a los puntos A y B y no corta a la recta determinada por C y D.

(b) **[1'25 puntos]** Halla las ecuaciones de la recta determinada por los puntos medios de los segmentos AB y CD.

2002/2/A/3

Ejercicio 3. **[2'5 puntos]** Considera los puntos

$$A(1,-1,2), \quad B(1,3,0) \quad y \quad C(0,0,1).$$

Halla el punto simétrico de A respecto de la recta que pasa por B y C.

2002/2/B/3

Ejercicio 3. Sea π el plano de ecuación $3x - y + 2z - 4 = 0$,

(a) **[1 punto]** Halla la ecuación del plano π_1 que es paralelo a π y pasa por el punto $P(1,-2,2)$.

(b) **[1'5 puntos]** Halla la ecuación del plano π_2 perpendicular a ambos que contiene a la recta

$$r \equiv \begin{cases} x - y + z & = 1 \\ 2x + y - 4z & = 1 \end{cases}$$

2002/3/A/4

Ejercicio 4. Los puntos $A(1,0,2)$ y $B(-1,0,-2)$ son vértices opuestos de un cuadrado.

(a) [**1 punto**] Calcula el área del cuadrado.

(b) [**1'5 puntos**] Calcula el plano perpendicular al segmento de extremos A y B que pasa por su punto medio.

2002/3/B/4

Ejercicio 4. Considera el plano $\pi \equiv x - y + 2z = 3$ y el punto $A(-1,-4,2)$.

(a) [**1 punto**] Halla la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por A.

(b) [**1'5 puntos**] Halla el punto simétrico de A respecto de π.

2002/4/A/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Calcula la ecuación de una recta que pasa por el punto de intersección del plano $\pi \equiv x + y - z + 6 = 0$ con la recta $s \equiv \dfrac{x}{3} = y - 2 = z + 1$ y es paralela a la recta

$$r \equiv \left\{ \begin{aligned} 3x + y - 4 &= 0 \\ 4x - 3y + z - 1 &= 0 \end{aligned} \right.$$

2002/4/B/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Calcula el área del triángulo de vértices

$$A(1,1,2), \quad B(1,0,-1) \quad \text{y} \quad C(1,-3,2).$$

2002/5/A/4

Ejercicio 4.[**2'5 puntos**] Determina la recta que no corta al plano de ecuación $x - y + z = 7$ y cuyo punto más cercano al origen es $(1,2,3)$.

2002/5/B/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Sabiendo que las rectas

$$r \equiv \left\{ \begin{aligned} x + y - z &= 1 \\ x - y &= 2 \end{aligned} \right. \qquad \text{y} \qquad s \equiv \left\{ \begin{aligned} x - 2y - z &= a \\ 2x + z &= a \end{aligned} \right.$$

se cortan, determina a y el punto de corte.

2002/6/A/4

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Halla el punto de la recta $r \equiv \left\{ \begin{aligned} x + 3y + z &= 1 \\ y + z &= -1 \end{aligned} \right.$ que está más cercano al punto $P(1,-1,0)$.

2002/6/B/4

Ejercicio 4. Considera la recta r y el plano π siguientes

$$r \equiv \left\{ \begin{aligned} x + z - a &= 0 \\ y - az - 1 &= 0 \end{aligned} \right. , \qquad \pi \equiv 2x - y = b.$$

(a) [**1'5 puntos**] Determina a y b sabiendo que r está contenida en π.

(b) [**1 punto**] Halla la ecuación de un plano que contenga r y sea perpendicular a π.

2001/1/A/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Determina el centro y el radio de la circunferencia que pasa por el origen de coordenadas, tiene su centro en el semieje positivo de abscisas y es tangente a la recta de ecuación $x + y = 1$.

2001/1/B/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Considera los puntos

$$A(1,0,3), \quad B(3,-1,0), \quad C(0,-1,2) \quad \text{y} \quad D(a,b,-1).$$

Halla a y b sabiendo que la recta que pasa por A y B corta perpendicularmente a la recta que pasa por C y D.

2001/2/A/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Halla la ecuación del plano que pasa por el punto $A(1,0,-1)$, es perpendicular al plano $x - y + 2z + 1 = 0$ y es paralelo a la recta $\left\{ \begin{array}{rl} x - 2y & = 0 \\ z & = 0 \end{array} \right.$

2001/2/B/3

Ejercicio 3. **[2'5 puntos]** Calcula a sabiendo que los planos

$$ax + y - 7z = -5 \quad \text{y} \quad x + 2y + a^2 z = 8$$

se cortan en una recta que pasa por el punto $A(0,2,1)$ pero que no pasa por el punto $B(6,-3,2)$.

2001/3/A/4

Ejercicio 4. Considera los planos

$$\pi_1 \equiv 2x + 5 = 0 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv 3x + 3y - 4 = 0$$

(a) **[1'25 puntos]** ¿Qué ángulo determinan ambos planos?

(b) **[1'25 puntos]** Halla el plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los dos planos dados.

2001/3/B/3 y B/4 El 3er ejercicio tiene parte de álgebra y geometría.

Ejercicio 3. Considera el sistema

$$\left. \begin{array}{rl} mx + y - z & = 1 \\ x - my + z & = 4 \\ x + y + mz & = m \end{array} \right\}$$

(a) **[1'5 puntos]** Discútelo según los valores de m.

(b) **[1 punto]** ¿Cuál es, según los valores de m, la posición relativa de los planos cuyas ecuaciones respectivas son las tres que forman el sistema?

Ejercicio 4. Sea r la recta de ecuaciones $r \equiv \left\{ \begin{array}{rl} 3x + 2y & = 0 \\ 3x + z & = 0 \end{array} \right.$

(a) **[1'5 puntos]** Halla los puntos de r cuya distancia al origen es de 7 unidades.

(b) **[1 punto]** Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por el punto $P(1,2,-1)$.

2001/4/A/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Halla las coordenadas del punto simétrico de $A(0,-1,1)$ con respecto a la recta

$$\frac{x-5}{2} = y = \frac{z-2}{3}$$

2001/4/B/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Halla el punto de la recta $x = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-3}{-1}$ que equidista del punto $A(1,2,1)$ y del origen de coordenadas.

2001/5/A/4

Ejercicio 4. Considera el plano $2x + y + 2z - 4 = 0$.

(a) **[1'75 puntos]** Halla el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano dado con los ejes coordenados.

(b) **[0'75 puntos]** Calcula la distancia del origen al plano dado.

2001/5/B/3

Ejercicio 3. **[2'5 puntos]** Determina todos los puntos del plano $2x - y + 2z - 1 = 0$ que equidistan de los puntos $A(3, 0, -2)$ y $B(1, 2, 0)$. ¿Qué representan geométricamente?

2001/6/A/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Considera los tres planos siguientes:

$$\pi_1 \equiv x + y + z = 1, \quad \pi_2 \equiv x - y + z = 2 \quad \text{y} \quad \pi_3 \equiv 3x + y + 3z = 5$$

¿Se cortan π_1 y π_2?, ¿Hay algún punto que pertenezca a los tres planos?

2001/6/B/4

Ejercicio 4. **[2'5 puntos]** Considera los puntos $A(1, 2, 3)$, $B(3, 2, 1)$ y $C(2, 0, 2)$. Halla el punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano que contiene a A, B y C.